

Шалагинов А.В. — рецензент *Киселев Г.Д.*
УНК “ИПСА” НТУУ “КПИ”, Киев, Украина

Кубическая сплайн экстраполяция временных рядов

Экстраполяция применяется для решения широкого круга задач, начиная от предсказания показаний датчиков в электронике, заканчивая построением гипотез о поведении экономических процессов. Существует множество видов экстраполяции (линейные, полиномиальные, сплайновые и т. д.) которые характеризуются различными показателями сложности вычислений и быстродействием.

Кубическая сплайн экстраполяция представляет собой быстрый и устойчивый способ экстраполяции функций и является альтернативой полиномиальной экстраполяции. В литературе встречаются примеры использования сплайн экстраполяции для предсказания поведения временного ряда на нелинейных участках [1], но в целом информации по методу мало. В основе экстраполяции лежит принцип разбиения заданного экстраполируемого интервала на небольшие отрезки, на каждом из которых функция задается полиномом третьей степени. Данный принцип заимствован из интерполяции сплайнами.

Основными достоинствами сплайн экстраполяции являются её устойчивость и малая трудоёмкость, что позволяет получать коэффициенты кубического полинома с высокой точностью. Построение таблицы коэффициентов сплайна требует $O(3)$ операций. Для каждой точки x_i из наборов (x_i, y_i) входной последовательности рассчитываются параметры кубического сплайна. Ниже приведена формула кубического полинома:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3,$$

где x_i – значение аргумента функции; a, b, c, d – параметры сплайна, которые необходимы для схемы Горнера, $S_i(x)$ – значение полинома 3-й степени в точке x_i .

В процессе экстраполирования, метод находит ближайшую к точке x точку x_i , в которой уже вычислены коэффициенты сплайна, и строит полином, который даёт значение искомой функции в точке x .

Кроме указанных достоинств, метод сплайновой экстраполяции имеет негативные особенности. Значение ошибки будет увеличиваться с отдалением экстраполируемой точки от заданного начального интервала в случае линейности исходной функции. На рис. 1 показаны результаты графики трёх видов экстраполяций. Вдали от заданного интервала результаты экстраполяций отличаются, что объясняется их различными зависимостями от x .

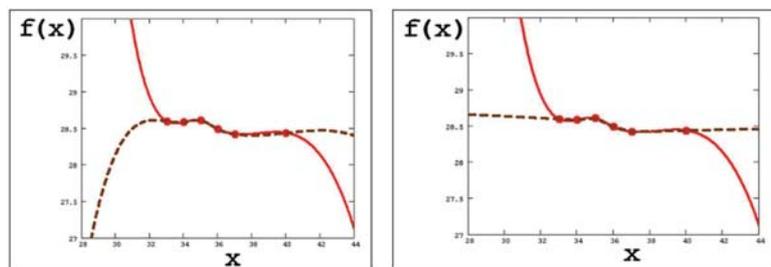


Рис. 1. Сравнение кубической (жирная линия на обоих графиках), линейной (пунктир справа) и квадратической (пунктир слева) экстраполяций

Предлагается объединять методы кубической и квадратичной (или линейной) экстраполяции на границах экстраполируемого интервала. Данное нововведение поможет уменьшить ошибку, если отсутствует информация о характере поведения функции с одной из сторон исследуемой точки (нет данных о производной на левой или правой границе).

Литература

1. <http://www.realoptionsvaluation.com/attachments/ShortApplications-Forecasting-CubicSpline.pdf>.
2. http://wapedia.mobi/ru/Кубический_сплайн.
3. <http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/splines/CubicSplinesProof.pdf>.